

Comparación de enfoques de estimación espacial aplicados en zonas mineras de intensa precipitación  
para su aplicación en la gestión ambiental  
(ESG – Gestión Ambiental)

**Edwin Rafael Ocas Ramírez<sup>1</sup>, Dánica Leonela Salazar Idefonso<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Autor: Universidad Nacional de Cajamarca, Av. Atahualpa Km.3, Cajamarca, Perú (edwinrafaelocas@gmail.com, +51 982818550)

<sup>2</sup>Coautor: Minera Boro Misquichilca, Av. Santo Toribio 173, Lima, Perú. (dsalazar@lagunasnorte.com.pe, +944216660)

## RESUMEN

Las zonas mineras de alta montaña en el Perú enfrentan una marcada limitación en el monitoreo directo de variables climáticas, especialmente de la precipitación. Este estudio presenta una aplicación real en una Unidad Minera (Quiruvilca, sierra norte del Perú), donde se evalúan diferentes enfoques de estimación espacial de la lluvia a partir de registros históricos de seis estaciones pluviométricas durante el periodo 2020–2024.

Se comparan tres métodos reconocidos en la literatura científica: Polígonos de Thiessen, Inverso a la distancia (IDW) y Kriging Ordinario ; y un método tradicional : el promedio aritmético (siendo el método actual utilizado en la operación). Además del análisis comparativo, se destaca el potencial del Kriging Ordinario como base para futuras aplicaciones más avanzadas, tales como Kriging con deriva externa o co-kriging, que permitirían incorporar variables auxiliares como la altitud o la pendiente. La validación estadística se llevó a cabo mediante indicadores como RMSE, sesgo y coeficiente de determinación ( $R^2$ ), utilizando herramientas de análisis espacial en software GIS.

Más allá de la comparación técnica, este estudio representa una aplicación concreta y costo-efectiva que genera valor ambiental inmediato para la operación minera, al facilitar una gestión predictiva del recurso hídrico en zonas sin monitoreo directo. Validado inicialmente en la estimación espacial de precipitaciones, el modelo desarrollado tiene el potencial de ser aplicado posteriormente en el análisis geoestadístico de variables hidrogeológicas como niveles piezométricos y escurrimiento superficial en cuencas.

Esto convierte al modelo pluviométrico en una plataforma técnica habilitadora, desde la cual se podrán orientar futuros estudios ambientales clave, optimizando recursos y fortaleciendo las capacidades internas de la unidad minera.

## 1. Introducción

Las condiciones climáticas en zonas altoandinas del Perú, donde se ubican muchas operaciones mineras, presentan desafíos significativos para la gestión ambiental, especialmente en lo relacionado al monitoreo de precipitaciones. La escasa cobertura de estaciones pluviométricas impide una representación adecuada del comportamiento espacial de la lluvia, dificultando la toma de decisiones oportunas frente a eventos extremos, planificación de obras hidráulicas o evaluación de riesgos.

Este trabajo técnico desarrolla una propuesta metodológica para la estimación espacial de precipitaciones en contextos de limitada instrumentación, utilizando como caso de estudio una unidad minera, ubicada en el distrito de Quiruvilca, región La Libertad. Se ha seleccionado el mes de enero para el análisis, por concentrar altos volúmenes de lluvia. El modelo, sin embargo, ha sido diseñado con un enfoque modular y replicable, permitiendo su aplicación en otros meses o años mediante la actualización de los valores de precipitación acumulada.

La metodología compara cuatro enfoques técnicos: Promedio Aritmético Normal, Polígonos de Thiessen, Interpolación por Inverso a la Distancia (IDW) y Kriging Ordinario. Estos métodos, ampliamente validados en la literatura especializada y utilizados en Sistemas de Información Geográfica (SIG), fueron aplicados sobre datos históricos acumulados de seis estaciones pluviométricas de la unidad minera, con validación estadística mediante indicadores como el RMSE, aplicados a los modelos de variograma.

Más allá del análisis comparativo, el desarrollo e implementación de esta herramienta de estimación espacial genera valor tangible para la operación minera, al contar con un sistema propio, adaptable y de bajo costo que permite reforzar el monitoreo ambiental en áreas críticas sin cobertura directa.

Validado en el caso de la precipitación, este modelo se consolida como una plataforma técnica sobre la cual pueden apoyarse futuras estrategias de planificación ambiental, contribuyendo a la mejora continua en la gestión del recurso hídrico y el cumplimiento regulatorio.

## 2. Objetivos

### Objetivo general.

- Comparar y evaluar diferentes métodos de estimación espacial de precipitación mediante el análisis de Kriging Ordinario, Inverso de la Distancia y Polígonos de Thiessen con respecto al actual método de la unidad.

### Objetivos específicos.

- Aplicar los métodos de Kriging Ordinario, IDW y Polígonos de Thiessen para estimar la precipitación mensual en un punto de estudio, comparando sus resultados frente a los valores reales mediante indicadores de error como sesgo y varianza.
- Determinar el método de interpolación más adecuado para representar la distribución espacial de la precipitación en zonas de alta variabilidad topográfica, tomando como referencia datos reales de estaciones pluviométricas.

## 3. Compilación de Datos y Desarrollo del Trabajo

### 3.1 Estimación por Kriging Ordinario

Se recopilaron datos históricos de precipitación correspondientes al periodo 2020–2024, provenientes de seis estaciones pluviométricas manuales ubicadas dentro del área de influencia.

Tabla 1. Lecturas de Precipitación Pluviométricas 2020-2024.

Estación Pluviométrica	Norte (Y)	Este (X)	Año	Precipitación Enero
Estación 1	9119479	802501	2024	181.4
			2023	192.6
			2022	157.6
			2021	326.4
			2020	80.4
Estación 2	9118141	804987	2024	174.5
			2023	217.4
			2022	138.2

Estación 3	9120213	807028	2021	309.6
			2020	83.0
			2024	183.0
			2023	151.4
			2022	110.8
Estación 4	9119379	804359	2021	332.4
			2020	128.8
			2024	177.9
			2023	174.7
			2022	136.9
Estación 5	9119830	803143	2021	334.6
			2020	84.6
			2024	180.8
			2023	178.0
			2022	141.4
Estación 6	9122027	802419	2020	329.6
			2024	82.0
			2023	178.5
			2022	145.2
			2021	330.2
			2020	70.7

Fuente: Unidad Minera en Quiruvilca (2024).

### Normalización de datos

La compilación de datos se realizó considerando la estandarización o normalización en términos de media y desviación estándar de los registros. Se consolidaron los valores acumulados del mes de enero para cada estación del periodo analizado, ya que este mes representa uno de los momentos críticos de la temporada de lluvias en la zona. Para efectos de este estudio, se empleó como base de simulación el comportamiento espacial de las precipitaciones registradas en enero, con la finalidad de establecer una metodología replicable en otros periodos.

Las precipitaciones mensuales se normalizaron,  $(X-\mu) / \sigma$ , para determinar el sill (meseta) en el variograma, ya que los valores mayores a 1 ya no muestran una correlación espacial. Donde:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- $X$ : Valor original de la precipitación (mensual o diaria).
- $\mu$ : Media de los valores de precipitación de todas las estaciones (o del periodo).
- $\sigma$ : Desviación estándar de los valores de precipitación.
- $Z$ : Valor normalizado.

Tabla 2. Valores normalizados.

Estación Pluviométrica	Valor normalizado (Z)
Estación 1	0.692
Estación 2	-1.637
Estación 3	1.232
Estación 4	-0.490
Estación 5	0.490
Estación 6	-0.287

Fuente: Elaboración Propia.

### Diferencia cuadrada de pares entre estaciones.

Para construir el variograma experimental, se calcula la diferencia al cuadrado entre los valores de precipitación de cada par de estaciones. Este análisis permite evaluar la autocorrelación espacial, bajo el supuesto de que las estaciones geográficamente más cercanas tienden a registrar valores de precipitación más similares que aquellas que se encuentran más alejadas. En otras palabras, mientras menor sea la distancia entre dos ubicaciones, mayor será su semejanza en términos de precipitación, lo cual se refleja en una menor variabilidad entre sus datos.

A partir de los datos de precipitación, se construye una matriz de diferencias cuadradas entre todos los pares de estaciones, utilizando la expresión :  $[z(x_i) - z(x_i + h)]^2$ , donde :

- $z(x_i)$  : Valor en la ubicación  $x_i$  (una estación)
- $z(x_i + h)$  : Valor en otra ubicación a una distancia  $h$  de  $x_i$
- $h$  : Vector o magnitud de distancia entre dos estaciones (espaciado)
- $[z(x_i) - z(x_i + h)]^2$  : Diferencia al cuadrado entre los valores de dos estaciones separadas por una distancia  $h$ .

Estaciones	1	2	3	4	5	6	
Estación 1	1	0.0000	5.4260	0.2918	1.3961	0.0410	0.9585
Estación 2	2	5.4260	0.0000	8.2341	1.3175	4.5233	1.8235
Estación 3	3	0.2918	8.2341	0.0000	2.9643	0.5516	2.3078
Estación 4	4	1.3961	1.3175	2.9643	0.0000	0.9585	0.0410
Estación 5	5	0.0410	4.5233	0.5516	0.9585	0.0000	0.6029
Estación 6	6	0.9585	1.8235	2.3078	0.0410	0.6029	0.0000

Figura 1. Se presenta la matriz para calcular la diferencia cuadrada de pares (h).

### Distancia entre estaciones pluviométricas

Luego, la distancia entre estaciones se calcula aplicando teorema de Pitágoras en un plano cartesiano. Se detalla en la Figura 2.

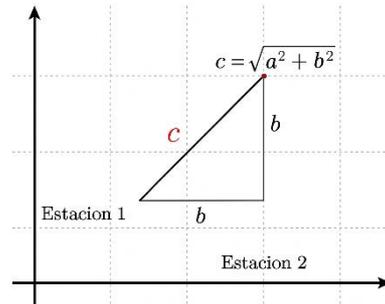


Figura 2. Distancia "c" entre dos estaciones meteorológicas cualesquiera, donde  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

Estaciones	1	2	3	4	5	6	
Estación 1	1	0.0000	2823.1968	4586.1187	1860.6891	731.6864	2549.3191
Estación 2	2	2823.1968	0.0000	2908.4128	1388.1743	2500.6113	4657.8557
Estación 3	3	4586.1187	2908.4128	0.0000	2796.2684	3903.8332	4953.1280
Estación 4	4	1860.6891	1388.1743	2796.2684	0.0000	1296.9414	3282.6063
Estación 5	5	731.6864	2500.6113	3903.8332	1296.9414	0.0000	2313.2196
Estación 6	6	2549.3191	4657.8557	4953.1280	3282.6063	2313.2196	0.0000

Figura 3. Matriz de cálculo de la distancia entre estaciones.

### Acimut correspondiente al ángulo de tolerancia.

El siguiente paso consiste en definir el acimut y su correspondiente ángulo de tolerancia, los cuales determinan qué pares de estaciones serán considerados o descartados en el análisis.

El acimut se mide desde el eje Y positivo, que actúa como eje de referencia o dirección principal. A partir de ese eje central, se establece un rango angular de tolerancia, dentro del cual se incluyen los pares que cumplen con la dirección seleccionada. Este rango debe ser lo suficientemente amplio como para capturar el mayor número posible de pares de datos, sin perder coherencia direccional.

En la práctica, se recomienda utilizar un ángulo de tolerancia de  $45^\circ$  para lograr un balance adecuado entre precisión y cantidad de información.

Para la estación 1, se calcula  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ . Donde:

- $\Delta x: x_2 - x_1$
- $\Delta y: y_2 - y_1$

Estaciones	X1	Y1	X2	Y2	$\Delta X$	$\Delta Y$
Estación 1 – Estación 6	802501	9119479	802419	9122027	-82	2548
Estación 1 – Estación 5	802501	9119479	803143	9119830	642	351
Estación 1 – Estación 4	802501	9119479	804359	9119379	1858	-100
Estación 1 – Estación 3	802501	9119479	807028	9120213	4527	734
Estación 1 – Estación 2	802501	9119479	804987	9118141	2486	-1338

Figura 4. Se muestra la matriz del cálculo de  $\Delta x, \Delta y$  en la Estación 1.

Con estos valores, se utiliza la función arcotangente mediante la fórmula:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)$$

Tabla 3. Azimut con respecto a la estación 1 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 1 - Estación 6	358.16
Estación 1 - Estación 5	61.33
Estación 1 - Estación 4	93.08
Estación 1 - Estación 3	80.79
Estación 1 - Estación 2	118.29

Fuente: Elaboración Propia.

Para la estación 2, aplicamos el mismo procedimiento.

Estaciones	X1	Y1	X2	Y2	$\Delta X$	$\Delta Y$
Estación 2 – Estación 6	804987	9118141	802419	9122027	-2568	3886
Estación 2 – Estación 5	804987	9118141	803143	9119830	-1844	1689
Estación 2 – Estación 4	804987	9118141	804359	9119379	-628	1238
Estación 2 – Estación 3	804987	9118141	807028	9120213	2041	2072
Estación 2 – Estación 1	804987	9118141	802501	9119479	-2486	1338

Figura 5. Se muestra la matriz del cálculo de  $\Delta x, \Delta y$  en la Estación 2.

Al igual que en el caso anterior, se utiliza la función arcotangente mediante la fórmula:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)$$

Tabla 4. Azimut con respecto a la estación 2 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 2 - Estación 6	326.54
Estación 2 - Estación 5	312.49
Estación 2 - Estación 4	333.10
Estación 2 - Estación 3	44.57
Estación 2 - Estación 1	298.29

Fuente: Elaboración Propia.

Aplicamos el mismo procedimiento, por lo cual solo se presentan los resultados de acimut para las estaciones 3,4,5 y 6.

Tabla 5. Acimut con respecto a la estación 3 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 3 - Estación 6	291.48
Estación 3 - Estación 5	264.37
Estación 3 - Estación 4	252.65
Estación 3 - Estación 2	224.57
Estación 3 - Estación 1	260.79

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 6. Acimut con respecto a la estación 4 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 4 - Estación 6	323.77
Estación 4 - Estación 5	290.35
Estación 4 - Estación 3	72.65
Estación 4 - Estación 2	153.10
Estación 4 - Estación 1	273.08

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 7. Acimut con respecto a la estación 5 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 5 - Estación 6	341.76
Estación 5 - Estación 4	110.35
Estación 5 - Estación 3	84.37
Estación 5 - Estación 2	132.49
Estación 5 - Estación 1	241.33

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 8. Acimut con respecto a la estación 6 y otras estaciones.

Estación Pluviométrica	Azimut
Estación 6 - Estación 5	161.76
Estación 6 - Estación 4	143.77
Estación 6 - Estación 3	111.48
Estación 6 - Estación 2	146.54
Estación 6 - Estación 1	178.16

Fuente: Elaboración Propia.

El ángulo  $\theta$  (Acimut) indica la dirección desde una estación hacia otra, y se mide en radianes o grados, tomando como referencia el eje Y positivo ( $0^\circ$ ),

permitiendo ubicar el ángulo en el cuadrante correcto. Esto asegura que el resultado se exprese dentro del rango completo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Una vez calculado, el ángulo puede transformarse a grados si fuera necesario, y compararse con un ángulo de tolerancia predefinido para decidir si el par de estaciones debe incluirse en el análisis direccional del variograma.

### Anisotropía.

La continuidad espacial del fenómeno se analiza considerando las cuatro direcciones principales : azimuts de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$ , a ello se le denomina anisotropía y se manifiesta cuando el variograma presenta variaciones según la dirección espacial analizada.

Estas diferencias se pueden detectar al comparar los variogramas experimentales construidos en distintas orientaciones, ya que un comportamiento distinto entre direcciones indica la presencia de una estructura direccional en los datos. Se puede observar en la Figura 6.

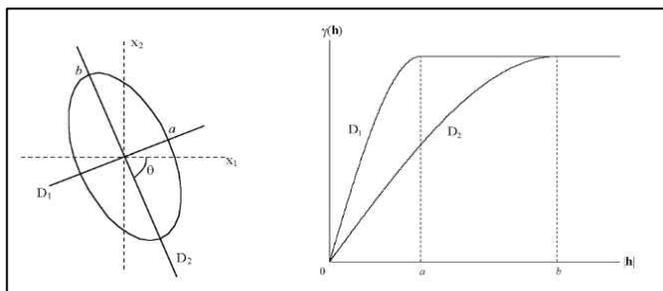


Figura 6. Ejemplo bidimensional de anisotropía geométrica representada por una razón de alcances.

Fuente : Canadian Society of Exploration Geophysicists, 2022.

### Intervalo de separación (Lag Interval) y la tolerancia de dicho intervalo (Lag Tolerance).

Para identificar los pares de puntos que definen una determinada distancia de separación, conocida como lag distance ( $h$ ), se deben considerar varios parámetros clave: la distancia entre puntos, la tolerancia permitida para esa distancia, la dirección del azimut y su correspondiente tolerancia angular.

La combinación de todos estos elementos da origen a lo que se conoce como la plantilla de búsqueda del variograma, una estructura que guía la selección de pares adecuados para construir el variograma. Ver Figura 7.

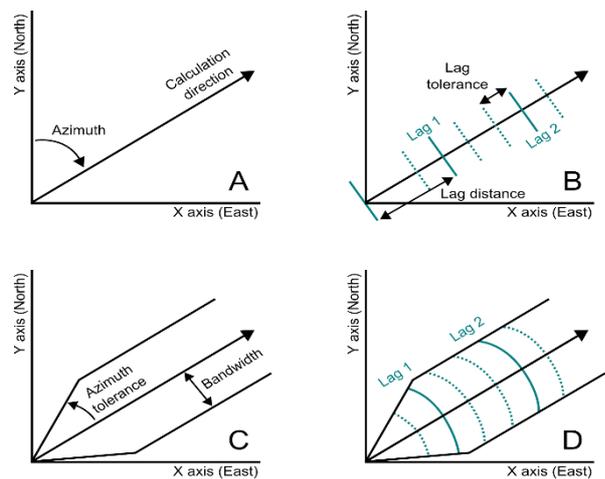


Figura 7. Plantilla de búsqueda del variograma.

Fuente: Canadian Society of Exploration Geophysicists, 2022.

Para construir el variograma experimental, se define un valor máximo de distancia, conocido como lag distance ( $h$ ), que debe pertenecer a un rango específico llamado lag interval. Este intervalo representa el espaciamiento característico entre estaciones y se siguiendo un criterio práctico: seleccionar al menos un par de estaciones que estén muy próximas y otro par que estén notablemente separadas. De esta manera, se establece un intervalo que permita capturar tanto la variabilidad de corta distancia como la de largo alcance en la región estudiada.

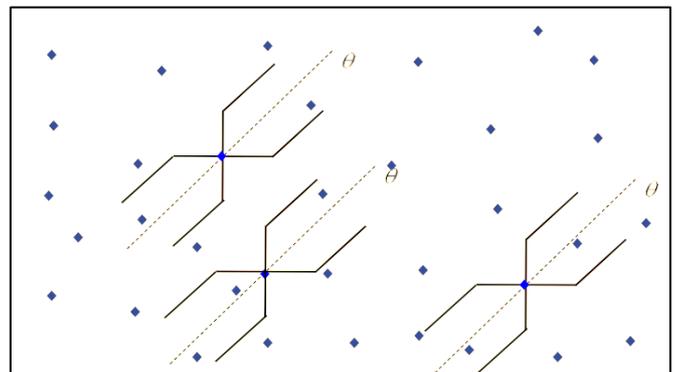


Figura 8. Selección de pares de acuerdo al lag interval y acimut.

Fuente : Canadian Society of Exploration Geophysicists, 2022.

Este procedimiento puede ser asistido mediante herramientas especializadas como SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software), que permite definir los parámetros de lag y tolerancia de forma visual e interactiva para facilitar la construcción del variograma experimental.

Tabla 9. Distancia entre estaciones lejanas, para calcular el "lag interval".

Lag Interval	Este (X)	Norte (Y)	Altitud
Estación 6	802419	9122027	3953
Estación 3	807028	9120213	3798
Maxima Distancia	4609.00	1814.00	155

Fuente: Elaboración Propia.

- De la Tabla 9, el valor 4609.0 m es el valor posible máximo del "lag interval".

Tabla 10. Distancia entre estaciones cercanas, para calcular el "lag interval".

Lag Interval	Este (X)	Norte (Y)	Altitud
Estación 1	802501	9119479	4137
Estación 5	803143	9119830	4164
Minima Distancia	642.00	351.00	27

Fuente: Elaboración Propia.

- De la Tabla 10, el valor 642.0 m es el valor posible mínimo del "lag interval".

Determinar correctamente el lag interval es fundamental, ya que permite obtener un variograma experimental que refleje de manera más precisa la estructura espacial en función de la distribución real de las estaciones pluviométricas. Esto evita interpretaciones ambiguas y refuerza la consistencia del modelo variográfico.

En la Tabla 11, se presenta un ejemplo con un valor de lag distance de 500 metros, el cual se aproxima a una separación real de 642 metros, y una distancia máxima de 5000 metros, cercana a 4609 metros.

Tabla 11. Parámetros de cálculo del variograma experimental en las direcciones de azimut 0°, 45°, 90° y 135°.

Parámetros de cálculos del Variograma				
	Dir1	Dir2	Dir3	Dir4
Azimut	0	45	90	135
Tolerancia de Azimut	45	45	45	45
Lag distancia	500			
Lag tolerancia	4600			
Máxima distancia	5000			

Fuente: Elaboración Propia.

Para gráficas los variogramas experimentales mostrados para cada azimut, se graficó la distancia vs Gamma (h). Ver Figura 10,11,12,13 y 14.

## Modelos aplicados en el variograma.

El variograma experimental se fundamenta en datos muestrales, los cuales están naturalmente expuestos a cierto grado de error o variabilidad. Por ello, el paso siguiente consiste en ajustar un modelo teórico al variograma que represente las tendencias generales del comportamiento espacial, pero in verse afectado por las fluctuaciones irregulares entre puntos adyacentes. Este modelo busca capturar la estructura espacial real, suavizando las irregularidades propias del muestreo.

### Modelo esférico.

Este modelo describe una semivarianza que aumenta de forma rápida y lineal al principio, luego se suaviza y alcanza exactamente el sill cuando la distancia  $h$  es igual al rango  $a$ .

$$y(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[ \frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right], & 0 < h \leq a \\ c_0 + c, & h > a \end{cases}$$

- $c_0$ : nugget effect (variabilidad a distancia casi cero)
- $c$ : sill parcial (meseta)
- $a$ : rango (alcance)

### Modelo exponencial.

Este modelo describe una semivarianza que crece rápidamente al inicio, y luego se aproxima de manera gradual al sill sin alcanzarlo de forma estricta. El rango "práctico" se considera cerca de  $3a$ , donde se alcanza aproximadamente el 95 % del sill.

$$y(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right] & \text{para } 0 < h \\ 0 & \text{para } h = a \end{cases}$$

- $c_0$ : nugget effect
- $c$ : sill
- $a$ : rango

### Modelo gaussiano.

Presenta una semivarianza que crece muy suavemente cerca del origen, comportándose de forma más "plana" al inicio.

$$y(h) = \left\{ c_0 + c \left[ 1 - \exp\left(-3 \frac{h^2}{a^2}\right) \right] \right\}$$

- $c_0$ : nugget effect
- $c$ : sill
- $a$ : rango

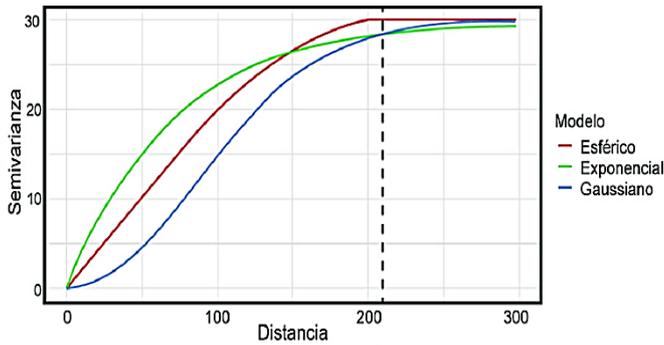


Figura 9. Representación gráfica del comportamiento de los modelos.

Fuente: Revista Geológica de América Central, 2022.

### Variograma Experimental.

Con los resultados calculados anteriormente (Acimut, lag distancia, lag tolerancia, se procede a construir el variograma experimental. Cabe indicar que  $\gamma(h)$  tiene relación entre los pares que hay en cada distancia (lag). Ver figura N 15. El variograma experimental tiene la siguiente fórmula.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(X_i) - Z(X_i + h)]^2$$

- $\gamma(h)$  : Valor del variograma experimental para el lag  $h$  (distancia entre pares).
- $N(h)$  : Número de pares de puntos separados por una distancia  $h \pm$  tolerancia.
- $Z(X_i)$  : Valor de la variable.
- $Z(X_i + h)$  : Valor de la variable en el punto separado una distancia  $h$  de  $X_i$ .

#### a) Para Acimut 0°

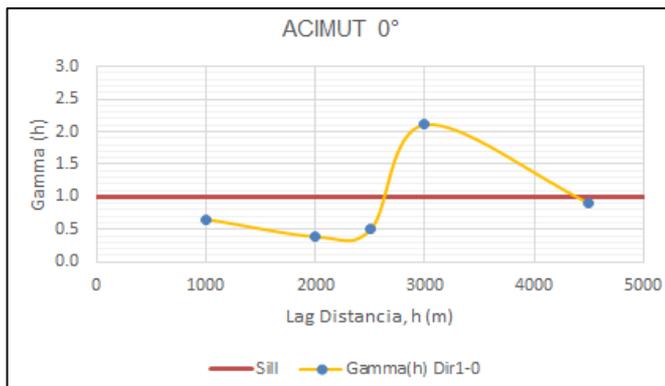


Figura 10. Variograma experimental: dirección 1 (0°)

Tabla 12. Valores para graficar variograma experimental de la Figura 10.

Distancia	Gamma(h) Dir1-0°	Sill
1000	0.6523	1
2000	0.3846	1
2500	0.4995	1
3000	2.1120	1
4500	0.8980	1

Fuente: Elaboración Propia.

- Comportamiento no muy claro.
- Variograma aumenta hasta 3000 m pero con mucha dispersión.
- Direccionalmente débil.

#### b) Para acimut 45°

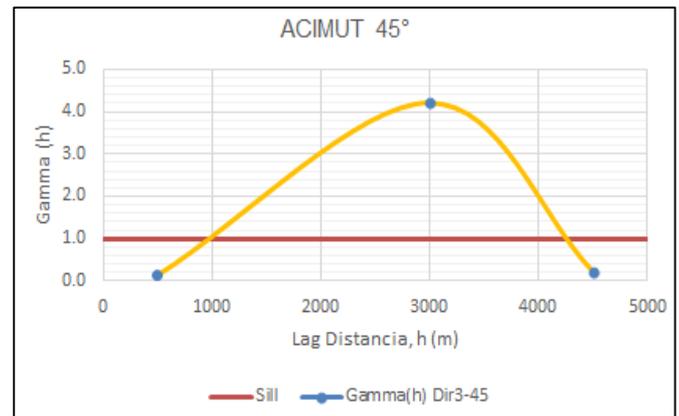


Figura 11. Variograma experimental: dirección 2 (45°)

Tabla 13. Valores para graficar variograma experimental de la Figura 11.

Distancia	Gamma(h) Dir2-45°	Sill
500	0.12	1
3000	4.22	1
4500	0.2	1

Fuente: Elaboración Propia.

- Picos altos, pero comportamiento irregular y disperso.
- El valor en 3000 m sube mucho ( $\gamma \approx 4$ ).
- Baja continuidad espacial en esta dirección (mal para kriging)

#### c) Para acimut 90°

- Bastante claro : aumento progresivo de la semivarianza hasta 2500 m.
- Menor ruido respecto a otras direcciones.
- Indicio de estructura espacial fuerte y continua.

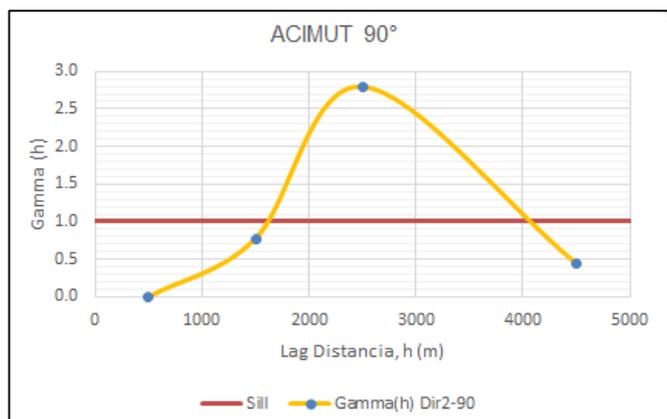


Figura 12. Variograma experimental: dirección 3 (90°)

Tabla 14. Valores para graficar variogramas experimentales de la Figura 12.

Distancia	Gamma(h) Dir3-90°	Sill
500	0.000	1
1500	0.775	1
2500	2.799	1
4500	0.444	1

Fuente: Elaboración Propia.

#### d) Para acimut 135°

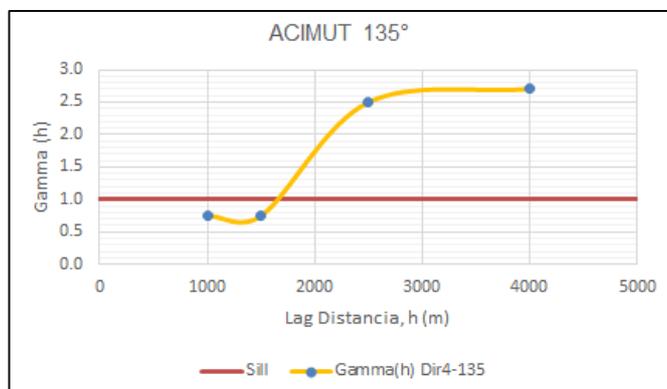


Figura 13. Variograma experimental: dirección 4 (135°)

Tabla 15. Variograma experimental de la Figura 13.

Distancia	Gamma(h) Dir4-135°	Sill
1000	0.775	1
1500	0.776	1
2500	2.500	1
4000	2.700	1

Fuente: Elaboración Propia.

- Variograma más estable y suave.
- Aumento consistente hasta 2500 m.
- No indica buena continuidad.

- Analizando las 4 direcciones (0°, 45°, 90° y 135°), que mejor se ajusta para el modelo: es Acimut de 90° muestra una estructura espacial clara y progresiva.

#### Modelando Variograma Experimental

Estos valores deben ajustarse a una curva (fórmula matemática), una que describa las principales características, mientras ignora la fluctuación errática de punto a punto. Las funciones para el ajuste son: Modelo esférico, **modelo exponencial** y modelo gaussiano.

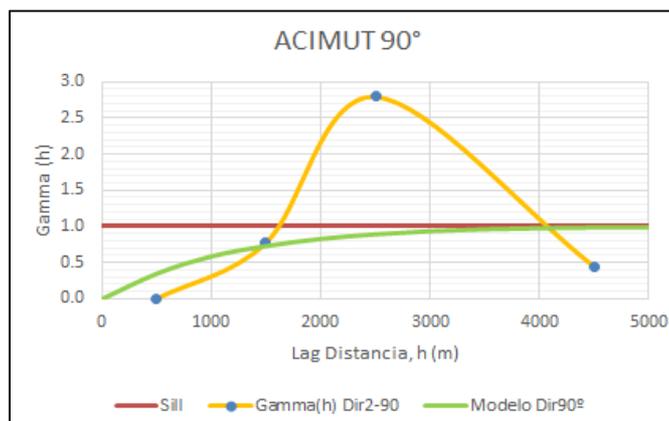


Figura 14. Modelando variograma experimental: dirección 3 (90°).

Tabla 16. Valores para graficar el modelo de la Figura 14.

Distancia	Modelo Dir90°	Sill
0	0.0000	1
500	0.353	1
1000	0.593	1
1500	0.736	1
2500	0.899	1
3000	0.942	1
3500	0.969	1
4000	0.984	1
4500	0.992	1
5000	0.996	1

Fuente: Elaboración Propia.

De la Figura N° 14 en el acimut 90° presenta la precipitación mejor comportamiento estructural. Se verificará cual modelo se ajusta mejor.

Para ello se escoge el modelo que presente menor valor de **RMSE**.

### Cálculo del RMSE (Root Mean Square Error)

El cálculo permite cuantificar cuán bien un modelo teórico de variograma se ajusta a los datos experimentales. Evalúa la diferencia entre los valores que predice el modelo y los valores observados, considerando todas las distancias (lags) analizadas. Al calcular la raíz cuadrada del promedio de los errores al cuadrado, el RMSE expresa ese desajuste en las mismas unidades que la variable original, lo que lo hace fácil de interpretar.

En términos prácticos, cuanto más bajo sea el RMSE, mejor es el ajuste del modelo a los puntos experimentales. Por eso, es una herramienta clave para comparar distintos modelos teóricos (*como el exponencial, esférico o gaussiano*) y seleccionar aquel que represente con mayor precisión la estructura espacial de los datos analizados. Presenta la siguiente fórmula:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{model}(h_i) - y_{exp}(h_i))^2}$$

- $y_{model}(h_i)$  : valor del variograma modelo en el lag  $h_i$ .
- $y_{exp}(h_i)$  : valor del variograma experimental en ese mismo lag.
- $n$  : número total de lags (pares de puntos).

Tabla 17. Raíz del error cuadrático medio (RMSE) con acimut de 90°.

Modelo Dir 90°	
RMSE Esférico	1.013
RMSE Gaussiano	1.066
<b>RMSE Exponencial</b>	<b>0.955</b>

Fuente: Elaboración Propia.

El modelo exponencial se ajusta mejor a los datos experimentales en conjunto, tiene forma suave y progresiva, ideal para datos de precipitación, respeta la continuidad, refleja la estructura espacial real con mayor fidelidad.

Por tanto, se elige el modelo exponencial porque:

- Tiene el menor error de ajuste.
- Su forma es coherente con el comportamiento real de la precipitación.

### Parámetros del modelo exponencial para el variograma experimental.

Tabla 18. Parámetros del variograma experimental del modelo exponencial Dir90°

Modelo de variograma Dir90°			
Nº Estructura	c	Tipo de estructura	a
0	0.0	Varianza pepita	
1	1.0	Exponencial	1200

Fuente: Elaboración Propia.

### Aplicación del Kriging Ordinario.

Kriging ordinario se basa en el supuesto que la variación es aleatoria y espacialmente dependiente. Se aplica Kriging Ordinario, cuando se desconoce la media de los datos. Goovaerts, (1997) ; Chiles & Delfiner, (2012)

El modelo exponencial del variograma es:

$$y(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right] & \text{para } 0 < h \\ 0 & \text{para } h = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} c_0 &: 0 \\ c &: 1 \\ a &: 1200 \end{aligned}$$

Para el cálculo de la precipitación media mensual, para mayor facilidad escogemos un punto desconocido que este dentro del área de la unidad. Ver Figura 15.

- Este (X): 803391 m.
- Norte (Y): 9118962 m

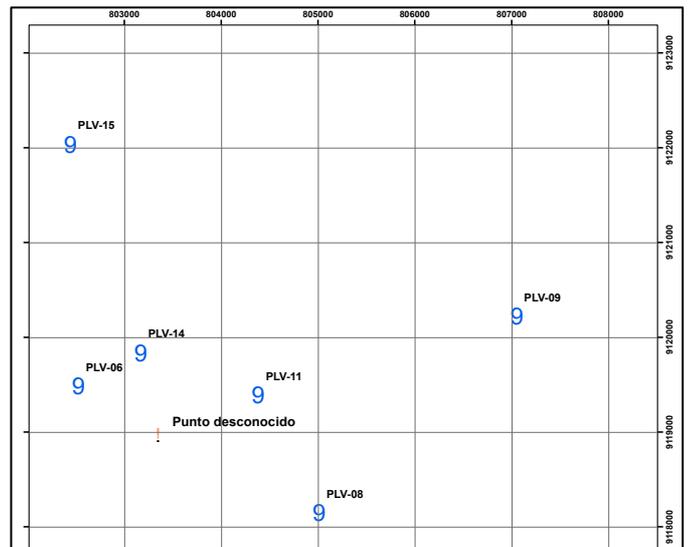


Figura 15. Ubicación espacial del punto aleatorio desconocido.

Estaciones	Norte (y)	Este (x)		1	2	3	4	5	6	7
Desconocido	9118962	803391	1	0.000	1029.266	1794.786	3846.137	1053.999	902.734	3215.433
Estación 1	9119479	802501	2	1029.266	0.000	2823.197	4586.119	1860.689	731.686	2549.319
Estación 2	9118141	804987	3	1794.786	2823.197	0.000	2908.413	1388.174	2500.611	4657.856
Estación 3	9120213	807028	4	3846.137	4586.119	2908.413	0.000	2796.268	3903.833	4953.128
Estación 4	9119379	804359	5	1053.999	1860.689	1388.174	2796.268	0.000	1296.941	3282.606
Estación 5	9119830	803143	6	902.734	731.686	2500.611	3903.833	1296.941	0.000	2313.220
Estación 6	9122027	802419	7	3215.433	2549.319	4657.856	4953.128	3282.606	2313.220	0.000

Figura 16. Matriz de distancia, entre todos los pares posibles de las 6 estaciones y el punto aleatorio desconocido.

Matriz V, mediante la siguiente fórmula.

La cantidad  $\mu(x_0)$  es un multiplicador de Lagrange introducido para lograr la minimización. En función al modelo exponencial.

En matriz queda:

$$\begin{pmatrix} y(x_1 - x_1) & \dots & y(x_1 - x_n) \\ y(x_1 - x_1) & \dots & y(x_n - x_n) \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(x_1 - x_0) \\ y(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0000	0.9049	0.9781	0.7879	0.4565	0.8805	1.000
2	0.9049	0.0000	0.9114	0.6855	0.8755	0.9794	1.000
3	0.9781	0.9114	0.0000	0.9027	0.9613	0.9839	1.000
4	0.7879	0.6855	0.9027	0.0000	0.6607	0.9351	1.000
5	0.4565	0.8755	0.9613	0.6607	0.0000	0.8545	1.000
6	0.8805	0.9794	0.9839	0.9351	0.8545	0.0000	1.000
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.000

Figura 17. Calculamos la Matriz V. Para eso aplicamos la función exponencial.

Inversa de la Matriz V ( $V^{-1}$ ):

	1	2	3	4	5	6	7
1	-1.3409	0.1337	0.1256	0.0988	0.7984	0.1844	0.152
2	0.1337	-0.9885	0.2251	0.4146	0.0649	0.1502	0.186
3	0.1256	0.2251	-0.8116	0.1756	0.0803	0.2050	0.235
4	0.0988	0.4146	0.1756	-1.1933	0.3918	0.1126	0.115
5	0.7984	0.0649	0.0803	0.3918	-1.5189	0.1834	0.086
6	0.1844	0.1502	0.2050	0.1126	0.1834	-0.8355	0.227
7	0.152	0.186	0.235	0.115	0.086	0.227	-0.727

Figura 18. Inversa de la Matriz V ( $V^{-1}$ ):

Matriz E, varianzas requeridas para el punto desconocido:

Tabla 19. Matriz E, varianzas requeridas para el punto desconocido.

1	0.575874
2	0.775899
3	0.959446
4	0.584525
5	0.528707

$$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix} \left| \begin{matrix} 0.931404 \\ 1.00 \end{matrix} \right.$$

Fuente: Elaboración Propia.

El conjunto de pesos que provee estimaciones imparciales con una varianza de estimación mínima es calculado multiplicando  $V^{-1}$  por E.

$$\text{Matriz } w: w = V^{-1} * E$$

Cálculo del valor estimado:

$$\hat{v} = \sum_{i=1}^n w_i * v_i$$

Tabla 20. Estimación del valor desconocido de la precipitación media mensual.

Estaciones	Z (mm)	Pesos $w = (V^{-1} * E)$	Peso * Valor (z)
Estación 1	181.400	0.256	46.381
Estación 2	174.500	0.129	22.431
Estación 3	183.000	0.039	7.198
Estación 4	177.900	0.277	49.201
Estación 5	180.800	0.270	48.808
Estación 6	178.500	0.031	5.537
7 Lagrange		0.054	$\Sigma = 179.555$

Fuente: Elaboración Propia.

La Tabla 20, muestra la estimación de la precipitación media mensual igual a **179.555 mm** del año 2024 y del mes de enero de todas las estaciones. A diferencia de Media Aritmética y Thiessen, Kriging ha estimado la precipitación media mensual no en un área sino en un punto con coordenadas E: 803391 y N: 9118962.

Este procedimiento se adapta y se puede realizar para cada año y mes, según el propósito que se esté analizando.

### 3.2 Estimación por Método Polígonos de Thiessen.

Este es un método parcialmente gráfico, se asigna valores de puntos desde estaciones a un área determinada. Se unen estaciones de medición adyacentes y se construyen mediatrices para aproximar un área de influencia.

Los polígonos se crean donde se cruzan las líneas, marcando el área de influencia de cada estación. Se supone que cada área de polígono está influenciada por la estación de lluvia dentro de ella, es decir, si P1, P2, P3, ... son las precipitaciones en

las estaciones individuales, y A1, A2, A3, ... son las áreas de los polígonos que rodean estas estaciones, (áreas de influencia) respectivamente, la profundidad promedio de lluvia. (Burrough & McDonnell, 1998)

Una vez completada las precipitaciones de todas las 6 estaciones, es necesario saber el área de influencia de cada estación sobre la unidad. Para eso hacemos uso del programa ArcGIS teniendo en cuenta el procedimiento.

$$P_{ave} = \frac{\sum A_1 * P_1}{\sum A_1}$$

Donde:

$\sum A_1 = A =$  Área total de la cuenca.

Una de las principales desventajas del método de Thiessen es su rigidez, ya que cualquier modificación en la ubicación o cantidad de estaciones pluviométricas requiere rehacer completamente el diagrama, lo que limita su adaptabilidad en redes que cambian con frecuencia.

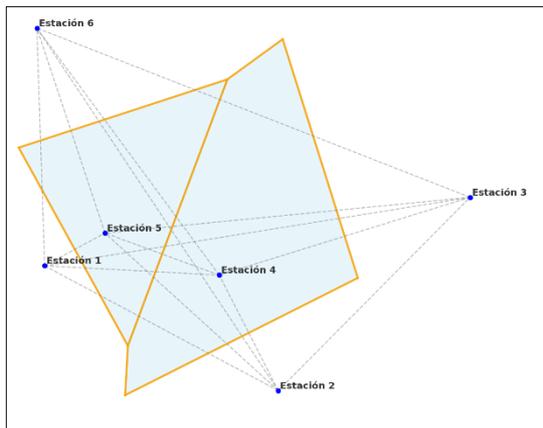


Figura 19. Construcción de los polígonos de influencia en la unidad.

Donde:

- Mediatrices (líneas naranjas)
- Conexiones entre estaciones que generan las mediatrices (líneas punteadas)

Tabla 21. Descripción de áreas y pesos para Thiessen.

Estación Pluviométrica	Área (Km2)	Pesos	Precipitación Enero 2024
Estación 4	4.6695	0.6267	177.9
Estación 5	2.7817	0.3733	180.8
	$\Sigma = 7.45$	1	

Fuente: Elaboración Propia.

### Aplicación del Método Polígonos de Thiessen.

Para estimar la precipitación mensual promedio en el área de estudio correspondiente a enero de 2024, se aplicó el método de Thiessen, el cual consiste en asignar a cada estación pluviométrica una zona de influencia.

Utilizando las coordenadas UTM de seis estaciones, se construyeron los polígonos de Thiessen (uso del programa ArcGIS), los cuales fueron posteriormente recortados al área delimitada de análisis. Como resultado, únicamente las estaciones 4 y 5 presentaron áreas de influencia válidas dentro del dominio, con superficies de 4.6695 km<sup>2</sup> y 2.7817 km<sup>2</sup>, respectivamente. A partir de estas áreas, se determinaron los pesos relativos de cada estación (62.67% y 37.33%).

Ahora aplicamos:

$$P_{ave} = \frac{\sum A_1 * P_1}{\sum A_1}$$

Tabla 22. Estimación por Thiessen.

Estación Pluviométrica	Promedio
Estación 4	111.48
Estación 5	67.45
<b>Promedio ponderado Estimado</b>	<b><math>\Sigma = 178.93</math></b>

Fuente: Elaboración Propia.

La precipitación mensual estimada para el área de estudio en enero de 2024 es de **178.93 mm**, según el método de Thiessen con las áreas de influencia reales de las estaciones 4 y 5.

### 3.3 Estimación por el Método de Inverso a la distancia (IDW).

El método de Interpolación por el Inverso de la Distancia (IDW) es una herramienta que permite estimar el valor de una variable en zonas donde no se cuenta con datos, utilizando la información proveniente de puntos cercanos.

Su fundamento radica en que los puntos ubicados más próximos al sitio de interés tienen mayor influencia en el cálculo que aquellos más alejados, ya que el peso asignado a cada dato disminuye conforme aumenta la distancia. Estos pesos se determinan con una función inversa basada en la distancia elevada a una potencia definida (cuadrada o cúbica), Li & Heap (2014). En el presente trabajo, se aplicó el IDW para estimar la precipitación mensual en un punto específico (*Este*

(X) : 80339, Norte (Y) : 9118962) para enero de 2024, utilizando como referencia la distancia entre dicho punto y cada una de las estaciones pluviométricas disponibles.

### Aplicación del Método Inverso a la distancia (IDW).

Este método resulta especialmente ventajoso en contextos donde las estaciones están dispersas, permitiendo generar estimaciones rápidas y razonables apoyadas en la cercanía espacial. Las formulas principales de interpolación :

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^N (Z_i * \lambda_i)$$

$$\lambda_i = \frac{\frac{1}{d_i^2}}{\sum_{j=1}^N (\frac{1}{d_j^p})}$$

Donde:

$Z^*(x)$  = Valor estimado en el punto desconocido.

$Z_i$  = Precipitación registrada en la estación  $i$ .

$d_i$  = Distancia entre el punto desconocido y la estación  $i$ .

$p$  : Potencia del inverso ( $p = 2$ )

$\lambda_i$  = Peso normalizado para la estación  $i$ .

Tabla 23. Cálculo del inverso entre distancias.

Estaciones	$Z_i$	$d_i$	$\frac{1}{d_i^2}$	$\sum_{j=1}^N (\frac{1}{d_j^p})$
Estación 1	181.400	1029.27	9.4394E-07	3.54596E-06
Estación 2	174.500	1794.79	3.10438E-07	
Estación 3	183.000	3846.14	6.76006E-08	
Estación 4	177.900	1054.00	9.0016E-07	
Estación 5	180.800	902.73	1.2271E-06	
Estación 6	178.500	3215.43	9.67211E-08	

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 24. Estimación por IDW.

Estaciones	$Z_i$	$\lambda_i$	$Z^*(x)$
Estación 1	181.400	0.26298000	47.70457
Estación 2	174.500	0.08754684	15.27692
Estación 3	183.000	0.019064102	3.488731
Estación 4	177.900	0.253855047	45.16081
Estación 5	180.800	0.346056182	62.56696
Estación 6	178.500	0.027276393	4.868836
			$\Sigma = 179.0668$

Fuente: Elaboración Propia.

La precipitación mensual estimada enero de 2024 es de **179.0668 mm**, según el método IDW, para el punto Este (X) : 80339, Norte (Y) : 9118962).

### 3.4 Método de Media aritmética.

El método de la media aritmética es una técnica sencilla de estimación que consiste en calcular el promedio de los valores registrados en todas las estaciones disponibles, sin considerar su ubicación o distancia respecto al punto de análisis.

En esta metodología, se asume que todas las estaciones tienen la misma influencia sobre el área de estudio, por lo que cada una contribuye en igual proporción al valor final.

En el presente estudio, este método se empleó para obtener una estimación general de la precipitación mensual, considerando únicamente los valores medidos, sin aplicar ponderaciones ni criterios espaciales. Si bien se trata de un enfoque básico, puede resultar útil en zonas con distribución homogénea de estaciones o cuando se requiere una referencia rápida. Aplicamos la siguiente formula :

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i$$

Donde:

$P$  : Precipitación promedio estimada,

$P_i$ : Valor de precipitación registrado en la estación  $i$

$n$  : Número total de estaciones.

Tabla 25. Estimación por Media aritmética

Estaciones	$Z_i$	$P_i / n$
Estación 1	181.400	30.23
Estación 2	174.500	29.08
Estación 3	183.000	30.50
Estación 4	177.900	29.65
Estación 5	180.800	30.13
Estación 6	178.500	29.75
		<b>179.35</b>

Fuente: Elaboración Propia.

La precipitación mensual estimada enero de **2024** es de **179.35 mm**, según el método de media aritmética.

#### 4. Presentación y discusión de resultados.

##### 4.1 Análisis del cálculo de Varianza Error, para método de Kriging Ordinario.

El cálculo de la varianza del error permite cuantificar la incertidumbre asociada a cada estimación espacial. Esta varianza no depende únicamente de la distancia entre puntos, sino también de la distribución espacial de las muestras y del modelo de variograma ajustado. Su valor se interpreta como una medida de cuán confiable es la predicción en una ubicación determinada: a menor varianza, mayor precisión estimada. Se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma_{KO}^2(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} y(x_{\alpha} - x_0) + \mu$$

$\sigma_{KO}^2$  = Varianza del error de Kriging Ordinario en el punto de estimación  $x_0$ .

$\lambda_{\alpha}$  = Peso asignado a la muestra  $\lambda_{\alpha}$  durante la interpolación por Kriging.

$y(x_{\alpha} - x_0)$  = Valor del variograma entre la muestra  $x_{\alpha}$  y el punto de estimación  $x_0$ .

$\mu$  = Multiplicador de Lagrange.

Tabla 26. Cálculo de Varianza del error de Kriging Ordinario.

Nº	E	Pesos	E*Pesos
1	0.575874	0.256	0.14742374
2	0.775899	0.129	0.10009097
3	0.959446	0.039	0.03741839
4	0.584525	0.277	0.16191343
5	0.528707	0.270	0.14275089
6	0.931404	0.031	0.02887352
			$\Sigma = 0.618470948$

Fuente: Elaboración Propia.

- Lagrange = 0.054. Ver Tabla 20.
- Varianza de error: 0.62 + 0.054 = 0.674

Entonces por el método Kriging se obtiene la precipitación media mensual de enero de 2024 es 179.555 mm en acimut 90° con una varianza de error de **0.674**.

##### 4.2 Análisis del cálculo de Varianza Error, para Método Polígonos de Thiessen.

El método de Polígonos de Thiessen no incorpora directamente un cálculo formal de la varianza del error. Sin embargo, puede evaluarse

indirectamente su incertidumbre mediante el análisis de la variabilidad entre las estaciones utilizadas, considerando la dispersión de los datos en función del área de influencia asignada a cada estación. Se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma_p^2 = s_x^2 \cdot \left( \sum_{i=1}^n C_i^2 + \frac{1}{A^2} - \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^n C_i}{A} \right)$$

$\sigma_p^2$  = Varianza del error asociada al método de Thiessen.

$s_x^2$  = Varianza a priori o varianza base de la precipitación en el área de estudio.

$C_i$  = Área del polígono Thiessen de la estación  $i$  dividido entre el área total.

$A$  = Área total del dominio de estudio

Tabla 27. Cálculo de Varianza del error de Polígonos de Thiessen.

Nº	Área	Pesos	Pesos <sup>2</sup>
1	4.6695	0.6267	0.393
2	2.7817	0.3733	0.139
			$\Sigma = 0.532$

Fuente: Elaboración Propia.

Entonces por el método Polígonos de Thiessen la precipitación media mensual de enero de 2024 es 178.93 mm con una varianza de error de **0.532**.

##### 4.3 Análisis comparativo del sesgo entre la metodología actual en la operación (media aritmética) y los 3 métodos de estimación espacial.

El análisis comparativo entre la metodología actualmente utilizada en la operación que es la media aritmética, y tres enfoques de estimación espacial —Kriging Ordinario, Inverso a la Distancia (IDW) y Polígonos de Thiessen— permite identificar diferencias importantes en la forma en que se representa la distribución de la precipitación en el territorio. Aunque la media aritmética entrega una estimación directa y sencilla, no considera la ubicación ni la influencia espacial de las estaciones, lo que puede limitar su representatividad en áreas con alta variabilidad.

En cambio, los métodos espaciales incorporan información geográfica en el proceso de estimación, lo que permite obtener resultados más ajustados a la realidad del terreno. Este tipo de análisis resulta clave para evaluar el grado de precisión de las metodologías aplicadas y

fundamentar la elección de un modelo más adecuado para la gestión y monitoreo hidrometeorológico. Calculamos el sesgo mediante las siguientes formulas:

- Sesgo absoluto:  $Z_{estimado} - Z_{real}$
- Sesgo relativo (%):  $\frac{Z_{estimado} - Z_{real}}{Z_{real}} \times 100$

Tabla 28. Análisis comparativo del sesgo entre la metodología.

Método	Z Estimado	Z (Media Aritmética)	Sesgo Absoluto	Sesgo Relativo (%)
KO	179.555	179.35	0.205	+0.1143
Thiessen	178.93	179.35	-0.2832	-0.1579
IDW	179.0668	179.35	-0.42	-0.2342

Fuente: Elaboración Propia.

Se infiere que el método de Kriging Ordinario presenta el menor sesgo relativo, con una leve sobreestimación respecto al valor real promedio, lo que refleja un alto grado de precisión. Por su parte, el método IDW muestra una estimación ligeramente inferior al valor de referencia, debido a la mayor influencia de estaciones cercanas con registros menores al promedio general.

Finalmente, el método de Polígonos de Thiessen evidencia la mayor subestimación relativa, lo cual se asocia a su enfoque determinista basado únicamente en la asignación de áreas de influencia fija, sin considerar variaciones espaciales internas.

#### 4.4 Discusión de resultados

- Se desarrolló un análisis comparativo de métodos de estimación espacial de precipitación para el mes de enero de 2024, pero pudiendo ser replicado en cada año y mes, aplicando tres (3) enfoques espaciales metodológicos: Polígonos de Thiessen, Inverso a la Distancia (IDW) y Kriging Ordinario para hacer la comparación con la Media Aritmética (actual en operación). El estudio se basó en registros de (6) seis estaciones pluviométricas, con un promedio real mensual observado de 179.35 mm.
- La estimación de la precipitación media mensual para enero de 2024 mediante el método de Kriging Ordinario arrojó un valor de 179.555 mm, utilizando un modelo exponencial ajustado en dirección de acimut 90°, con una

varianza del error de 0.674 mm<sup>2</sup>. Este resultado no solo se aproxima con alta precisión al valor real, sino que además permite incorporar una medida cuantitativa de incertidumbre en la estimación. En contraste, el método de Polígonos de Thiessen estimó una precipitación de 178.93 mm, con una varianza de error calculada en 0.532 mm<sup>2</sup>. Aunque esta última varianza puede parecer menor en valor numérico, no proviene de un modelo geoestadístico explícito, sino de un enfoque determinista basado en áreas de influencia, sin considerar la correlación espacial entre estaciones. Por ello, pese a la diferencia numérica en la varianza, el Kriging sigue siendo el método más robusto, preciso y confiable, al proporcionar tanto la estimación como la estructura de error basada en la distribución espacial de los datos.

- Se estimó la precipitación para un punto específico con coordenadas UTM X: 803391, Y: 9118962 utilizando los distintos métodos evaluados. La media aritmética, correspondiente a la metodología actualmente en operación, arrojó un valor de 179.35 mm. Por su parte, el método de Kriging Ordinario estimó una precipitación de 179.555 mm, con un leve sesgo positivo de +0.11 %, siendo el más preciso entre los enfoques espaciales. El método de Inverso a la Distancia (IDW) proporcionó un valor de 179.0668 mm, evidenciando una ligera subestimación de -0.16 %, atribuida a la influencia de estaciones cercanas con registros menores al promedio. Finalmente, el método de Polígonos de Thiessen entregó una estimación de 178.93 mm, con un sesgo relativo de -0.23 %, el más alto entre los modelos espaciales analizados, reflejando su menor capacidad para representar adecuadamente la variabilidad espacial interna.
- Los resultados obtenidos a partir del análisis comparativo de métodos de estimación espacial permiten proyectar su aplicación en estudios hidrológicos más amplios, como el monitoreo de cuencas hidrográficas y la generación de modelos del nivel freático a partir de datos de piezometría. La capacidad del Kriging Ordinario para incorporar la variabilidad espacial y cuantificar la incertidumbre lo convierte en una herramienta útil para interpolar datos en zonas donde la red de monitoreo es dispersa, lo que es común en zonas altoandinas.

## 5. Conclusiones

- Se identificaron diferencias significativas en la precisión de los métodos de estimación espacial de precipitación, al tomar como referencia el valor promedio obtenido mediante la media aritmética (179.35 mm) para el mes de enero de 2024, lo que permitió evaluar con claridad el comportamiento de cada enfoque.
- Se comprobó que el Kriging Ordinario fue el método más preciso, con una estimación de 179.555 mm, un sesgo absoluto de 0.205 mm y un sesgo relativo de +0.1143 %, posicionándose como la técnica más confiable para representar espacialmente la precipitación en zonas mineras con alta pluviosidad.
- Se evidenció que el método IDW arrojó una estimación de 179.0668 mm, con un sesgo absoluto de -0.42 mm y un sesgo relativo de -0.2342 %, mostrando una ligera subestimación, influenciada por las estaciones más cercanas con valores por debajo del promedio general.
- Se estableció que el método de Polígonos de Thiessen, con una estimación de 178.93 mm, un sesgo absoluto de -0.2832 mm y un sesgo relativo de -0.1579 %, fue el que presentó mayor subestimación relativa, limitándose por su estructura basada en áreas de influencia fija.
- Se concluye que el Kriging Ordinario fue el método más robusto y eficiente entre los evaluados, siendo recomendable su implementación para futuros estudios de modelamiento hidrológico, monitoreo de cuencas y análisis del nivel freático, especialmente en entornos operativos de elevada precipitación.
- Los resultados confirman que el Kriging Ordinario es el método más robusto y preciso para la estimación espacial de la precipitación, siendo recomendable para su implementación en modelos hidrológicos, monitoreo de cuencas, y análisis del comportamiento del nivel freático en zonas de alta pluviosidad.

## 6. Anexos

Tabla 29. Datos históricos de las estaciones 1,2 y3.

Año	Mes	Estación 1	Estación 2	Estación 3
2020	Enero	184.9	172.3	183.6
2020	Febrero	165.0	155.8	169.5
2020	Marzo	136.4	136.4	144.3
2020	Abril	98.2	95.0	107.1
2020	Mayo	74.1	64.0	76.6
2020	Junio	37.4	34.2	50.0
2020	Julio	32.5	24.1	37.7
2020	Agosto	33.2	33.6	43.0
2020	Septiembre	65.7	53.7	67.2
2020	Octubre	89.9	82.2	101.1
2020	Noviembre	127.4	124.2	132.3
2020	Diciembre	165.1	153.0	168.6
2021	Enero	326.4	309.6	187.4
2021	Febrero	64.2	61.1	159.6
2021	Marzo	289.6	278.4	149.4
2021	Abril	155.4	154.4	103.0
2021	Mayo	87.4	111.8	74.5
2021	Junio	77.2	113.0	48.2
2021	Julio	21.0	19.3	34.6
2021	Agosto	53.4	82.8	36.4
2021	Septiembre	90.8	87.0	65.4
2021	Octubre	217.8	221.4	95.1
2021	Noviembre	185.0	196.8	176.5
2021	Diciembre	130.4	142.0	130.1
2022	Enero	157.6	138.2	110.8
2022	Febrero	185.6	219.8	212.2
2022	Marzo	235.2	249.6	218.6
2022	Abril	235.7	221.4	197.9
2022	Mayo	188.2	197.4	148.8
2022	Junio	76.2	79.7	76.4
2022	Julio	39.2	27.8	32.0
2022	Agosto	42.6	32.1	44.8
2022	Septiembre	138.9	119.4	112.6
2022	Octubre	96.2	87.6	79.4
2022	Noviembre	31.6	42.6	46.6
2022	Diciembre	173.4	185.1	175.5
2023	Enero	192.6	217.4	151.4
2023	Febrero	244.0	245.0	190.6
2023	Marzo	283.3	278.5	250.7
2023	Abril	248.2	218.2	268.5
2023	Mayo	80.4	83.0	130.3
2023	Junio	16.8	17.3	32.2
2023	Julio	4.7	9.4	1.2
2023	Agosto	25.8	25.0	26.2

2023	Septiembre	82.6	110.4	116.9
2023	Octubre	213.8	244.1	211.9
2023	Noviembre	109.2	123.4	131.9
2023	Diciembre	250.0	291.2	301.6
2024	Enero	181.4	174.5	183.0
2024	Febrero	148.3	137.9	111.8
2024	Marzo	113.4	128.4	128.4
2024	Abril	235.4	214.4	195.0
2024	Mayo	117.4	82.4	104.7
2024	Junio	65.6	48.7	44.0
2024	Julio	9.9	10.5	12.7
2024	Agosto	7.8	8.9	3.2
2024	Septiembre	60.0	58.4	61.5
2024	Octubre	127.8	125.6	129.9
2024	Noviembre	69.0	90.7	76.4
2024	Diciembre	229.0	208.6	223.4

2022	Abril	217.5	210.9	93.4
2022	Mayo	182.5	201.6	65.3
2022	Junio	79.9	56.9	50.0
2022	Julio	34.0	39.0	30.7
2022	Agosto	40.5	40.2	36.4
2022	Septiembre	125.1	131.1	115.8
2022	Octubre	87.9	75.6	62.8
2022	Noviembre	31.1	27.4	24.0
2022	Diciembre	170.1	150.8	133.0
2023	Enero	174.7	178.0	183.4
2023	Febrero	219.9	216.4	214.2
2023	Marzo	293.2	270.8	288.6
2023	Abril	253.7	242.8	238.4
2023	Mayo	86.2	82.0	70.7
2023	Junio	14.3	20.8	14.4
2023	Julio	3.7	6.4	1.6
2023	Agosto	24.7	26.4	24.6
2023	Septiembre	110.1	107.2	71.2
2023	Octubre	241.4	213.8	219.6
2023	Noviembre	122.6	116.4	106.4
2023	Diciembre	281.7	249.2	247.8
2024	Enero	177.9	180.8	178.5
2024	Febrero	130.2	144.2	156.0
2024	Marzo	132.6	110.3	111.2
2024	Abril	222.4	224.7	228.4
2024	Mayo	117.4	116.2	83.8
2024	Junio	67.4	68.4	67.6
2024	Julio	11.9	11.6	12.3
2024	Agosto	7.2	8.6	4.2
2024	Septiembre	64.0	59.6	61.0
2024	Octubre	127.0	113.0	100.2
2024	Noviembre	70.8	61.8	62.4
2024	Diciembre	257.2	221.4	204.0

Tabla 30. Datos históricos de las estaciones 4,5 y6.

Año	Mes	Estación 4	Estación 5	Estación 6
2020	Enero	179.8	184.8	177.5
2020	Febrero	161.5	159.1	155.9
2020	Marzo	141.3	143.9	133.6
2020	Abril	99.5	104.9	101.2
2020	Mayo	67.0	69.4	61.6
2020	Junio	42.2	42.0	36.9
2020	Julio	25.3	29.6	24.4
2020	Agosto	32.0	42.7	30.9
2020	Septiembre	64.7	60.7	57.3
2020	Octubre	87.7	91.7	82.7
2020	Noviembre	126.3	133.8	127.5
2020	Diciembre	155.7	163.7	158.8
2021	Enero	334.6	183.8	179.5
2021	Febrero	65.1	161.5	154.3
2021	Marzo	268.3	137.2	136.7
2021	Abril	137.2	98.5	100.2
2021	Mayo	80.5	73.6	59.9
2021	Junio	106.6	46.7	43.3
2021	Julio	16.3	15.1	24.9
2021	Agosto	66.8	41.7	29.0
2021	Septiembre	78.9	59.7	52.4
2021	Octubre	224.5	91.9	79.8
2021	Noviembre	156.8	136.0	129.1
2021	Diciembre	107.0	103.0	158.8
2022	Enero	136.9	141.4	179.0
2022	Febrero	219.7	167.6	159.3
2022	Marzo	252.9	252.5	143.8

## 7. Referencias bibliográficas

- Goovaerts, P. 1997. Geostatistics for natural resources evaluation. Oxford University Press, v. 001, p. 1–483.
- Chiles, J.-P., Delfiner, P. 2012. Geostatistics: modeling spatial uncertainty. Wiley, v. 002, p. 1–734.
- Burrough, P.A., McDonnell, R.A. 1998. Principles of geographical information systems. Oxford University Press, v. 003, p. 1–333.
- Li, J., Heap, A.D. 2014. A review of spatial interpolation methods for environmental scientists. Geoscience Australia Record, v. 2014, p. 1–137.